

УДК 621.396

МОДЕЛЬ ДИФРАКЦИИ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА АПЕРТУРЕ В ПРОВОДЯЩЕМ ЭКРАНЕ

Д.А. ЦИОНЕНКО, Е.В. СИНЬКЕВИЧ, С.В. МАЛЫЙ*, Е.Е. ОРЛОВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

*Белорусский государственный университет
Ленинградская, 4, Минск, 220050, Беларусь

Поступила в редакцию 23 октября 2015

Предложена вычислительно-эффективная пессимистическая модель дифракции высокочастотного электромагнитного излучения на круглой и прямоугольной апертуре в проводящем экране. Модель основана на пессимистическом обобщении аналитических решений задачи дифракции, полученных в рамках подхода, основанного на формализме вектора Герца. Для построения пессимистической модели находится огибающая максимумов поля. Результаты, полученные в рамках модели, соответствуют результатам численного моделирования. Высокая вычислительная эффективность и пессимистический характер модели определяют целесообразность ее использования для решения задач электромагнитной совместимости.

Ключевые слова: пессимистические модели, дифракция Френеля, дифракция Фраунгофера.

Введение

Важную роль при решении задач электромагнитной совместимости (ЭМС) играет анализ дифракционных явлений. Дифракция происходит на существенных неоднородностях среды, таких, как границы апертур, разного рода экраны, и приводит к перераспределению энергии электромагнитных волн в пространстве.

Аналитическое рассмотрение дифракционных эффектов основано на применении метода Кирхгофа, который является математическим выражением принципа Гюйгенса-Френеля [1, 2] и его различных обобщений [3, 4]. Для анализа дифракционных эффектов в последнее время широко используются численные методы, основанные на решении дифференциальных уравнений (например, уравнений Максвелла) при различных условиях с заданной точностью [5]. Решение задач дифракции производится посредством применения следующих численных методов: FDTD (метод конечных разностей во временной области), FIT (метод конечных интегралов), MoM (метод моментов), UTD (однородная теория дифракции), МАБ (метод минимальных автономных блоков) [6]. Численные методы обеспечивают необходимую точность и детальность, но для анализа ЭМС систем, состоящих из большого числа взаимодействующих элементов, их применение ограничено вычислительными затратами.

Решение задачи дифракции в высокочастотном диапазоне характеризуется тем, что амплитуда поля принимает ряд минимальных и максимальных значений в зависимости от координаты точки наблюдения. Это представляет опасность при анализе ЭМС, так как вследствие погрешностей задания параметров модели пользователем интерференционные максимумы и минимумы могут смещаться в пространстве, что может привести к недооценке моделью уровней помех. Для обеспечения гарантированной пессимистической оценки распределение поля должно быть сглаженным и проходить через локальные максимумы [7].

Описание физической модели

Геометрия, соответствующая физической модели прохождения электромагнитной волны в вакууме через апертуру в идеально проводящем бесконечно тонком экране, представлена на рис. 1.

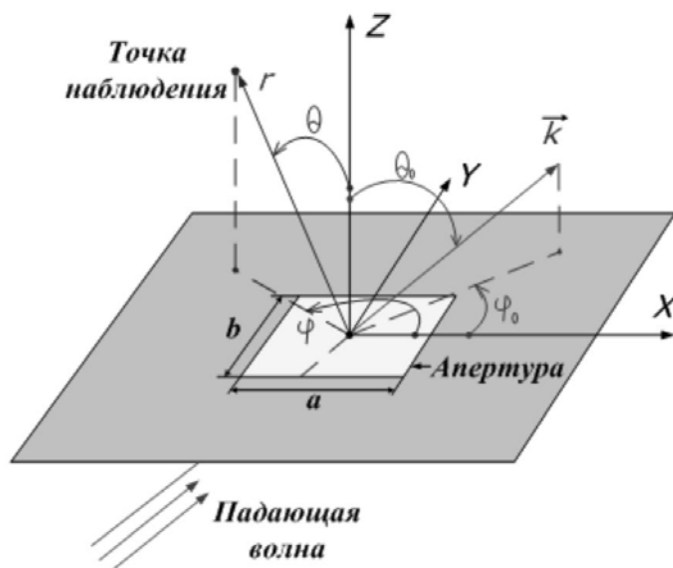


Рис. 1. Физическая модель: дифракция плоской электромагнитной волны на прямоугольной апертуре в плоском идеально проводящем бесконечно тонком экране

Падающая волна является плоской, линейно поляризованной. Она описывается волновым вектором \vec{k}_0 , определяющим направление распространения волны ($|\vec{k}_0| = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 – длина волны падающего излучения), и векторами напряженности электрического \vec{E}_0 и магнитного \vec{H}_0 полей. Связь между \vec{E}_0 и \vec{H}_0 падающей волны в вакууме определяется формулой:

$$\vec{E}_0 = Z_C \vec{H}_0, \quad (1)$$

где

$$Z_C = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \quad (2)$$

есть волновое сопротивление.

Плоскость падения волны – плоскость, определяемая осью OZ и вектором \vec{k}_0 . Прямая, по которой происходит пересечение плоскости падения с плоскостью XOY , обозначена на рисунке пунктирной линией. Угол между этой прямой и осью OX обозначен φ_0 . Угол, который образует волновой вектор \vec{k}_0 с нормалью к экрану (апертуре), обозначен θ_0 .

Поляризация падающей волны определена следующим образом. Если вектор напряженности электрического поля лежит в плоскости падения, то волна называется TM -волной, если же в плоскости падения лежит вектор магнитного поля, то волна называется TE -волной. По условию задачи плоскость падения считается заданной, но поляризация не указана. Следовательно, необходимо рассмотрение как TE -волн, так и TM -волн.

Размеры прямоугольной апертуры: длина a (по оси OX), ширина b (по оси OY). Для круглой апертуры задан радиус R . Экран бесконечен в плоскости XOY .

Точка наблюдения расположена на расстоянии r от центра апертуры. Полярный угол точки наблюдения обозначен буквой φ , а угол места по отношению к оси OZ – буквой θ (рис. 1).

Аналитическая модель дифракции

Высокочастотным диапазоном при анализе дифракции электромагнитного излучения является диапазон, для которого длина волны во много раз меньше размеров апертуры (электрически большая апертура). В этом случае искажения волнового фронта в раскрыве апертуры существенны только для участков вблизи ее границ. С достаточной точностью в раскрыве апертуры поле падающей волны можно считать невозмущенным. Для построения аналитической модели в качестве нижней границы высокочастотного диапазона для круглой апертуры выберем длину волны $\lambda_C = 0,1R$, а для прямоугольной апертуры: $\lambda_R = 0,1 \min\{a, b\}$, что обеспечивает пессимизм по отношению к результатам численного моделирования.

При анализе дифракции на основе теории Френеля количество зон Френеля, открытых в пределах апертуры для точки наблюдения, определяется значениями параметра ζ [2]:

$$\zeta = R^2 / (r\lambda). \quad (3)$$

При наименьшей частоте рассматриваемого диапазона для точек, соответствующих ближней области, открывается более 5 зон Френеля. При увеличении частоты увеличивается число зон и ситуация соответствует переходу от дифракции Френеля к пределу геометрической оптики [8]. На основании результатов численного моделирования для перехода к геометрической оптике в рамках модели выберем предельное значение параметра $\zeta = 10$.

Промежуточная область представляет собой геометрическое место точек, для которых в пределах апертуры открывается от 5 до 1 зоны Френеля. То есть промежуточная область представляет собой область дифракции Френеля.

В дальней области параметр $\zeta < 1$ и для расчета дифракции применяется теория Фраунгофера [8]. Эмпирически установлено, что параметр ζ , соответствующий переходу к дифракции Фраунгофера, при построении модели должен быть равным 0,5 для обеспечения пессимизма.

Поле в ближней и промежуточной областях

Круглая апертура. Плоская падающая волна обеспечивает пессимизм модели, поскольку пространственная область, в которой справедлива дифракция Френеля, в данном случае больше, чем для сферической или цилиндрической волны. При нормальном падении волны точки, удаленные от перпендикуляра, восстановленного из центра апертуры, на расстояние, превосходящее значение $\rho_m(z)$:

$$\rho_m(z) = R + z\lambda / R, \quad (4)$$

будут находиться в области тени. Граница тени для круглой апертуры определяется боковой поверхностью конуса, радиус сечения которого задан формулой (4). При построении пессимистической модели амплитуда поля в области тени определяется обобщением теории дифракции Фраунгофера, поскольку граница дальней области существенно зависит от направления на точку наблюдения [7].

Для расчета распределения поля в ближней области ($\zeta < 10$) применяется метод зон Френеля. Радиус зоны Френеля для плоского волнового фронта определяется формулой:

$$r_m = \sqrt{r_{\perp} m \lambda + m^2 \lambda^2 / 4}, \quad (5)$$

где r_{\perp} – расстояние от центра апертуры до точки наблюдения вдоль перпендикуляра, восстановленного из центра апертуры, m – номер зоны.

Площадь зоны Френеля зависит от ее номера для случая, когда длина волны сравнима с размерами апертуры:

$$S_m = \pi (r_{\perp} \lambda + 0,5 m \lambda^2 + 0,25 \lambda^2). \quad (6)$$

Для учета вклада открытых зон Френеля вводятся корректирующие коэффициенты:

$$K_1 = r_{\perp} / (r_{\perp} + m\lambda / 2), K_2 = (r_{\perp}\lambda + m\lambda^2 / 2 + \lambda^2 / 4) / (r_{\perp}\lambda + \lambda^2 / 4). \quad (7)$$

Коэффициент K_1 в (7) определяет зависимость вклада участков открытых зон в результирующую амплитуду от угла между нормалью к зоне и радиус-вектором, соединяющим данный участок с точкой наблюдения. Коэффициент K_2 отражает зависимость площади зоны от порядкового номера в соответствии с (6). Результирующая амплитуда вектора напряженности электрического поля в точке, лежащей на оси OZ , имеет вид:

$$E_{CN} = E_0 \left(\sqrt{1 + (K_1 K_2)^2} - 2K_1 K_2 \cos(\pi m) \right). \quad (8)$$

Численное моделирование зависимости амплитуды поля от координаты z в направлении перпендикуляра, проходящего через центр апертуры, приводит к результатам, совпадающим с результатами расчета по формуле (8) для круглой апертуры, что представлено на рис. 2, а.

Прямоугольная апертура. При анализе прямоугольной апертуры построение и расчет зон Френеля производится по аналогии с круглой апертурой. Для апертуры прямоугольного сечения с отношением сторон, не превышающем значение 2,5, формула (5) принимает вид:

$$m = 2\lambda^{-1} \left(\sqrt{r_{\perp}^2 + (a^2 + b^2) / (8k)} - r_{\perp} \right), \quad (9)$$

где k – коэффициент, зависящий от соотношения сторон апертуры и определяемый в процессе моделирования путем подбора. Для квадратной апертуры $k = 0,722$. Для прямоугольной апертуры с отношением сторон, превышающим значение 2,5, необходимо рассмотрение дифракции Френеля на щели.

В результате амплитуда электрического поля, соответствующая дифракционному максимуму для прямоугольной апертуры, не будет достигать значения, равного $2E_0$, как это имело место в случае круглой апертуры. Вводя соответствующую поправку в (8), запишем:

$$E_{RN} = E_0 \left(\sqrt{1 + (K_1 K_2)^2} - 4\pi^{-1} K_1 K_2 \cos(\pi m) \right). \quad (10)$$

Сравнение результатов расчета по формуле (10) с результатами численного моделирования методом FDTD представлено на рис. 2, б.

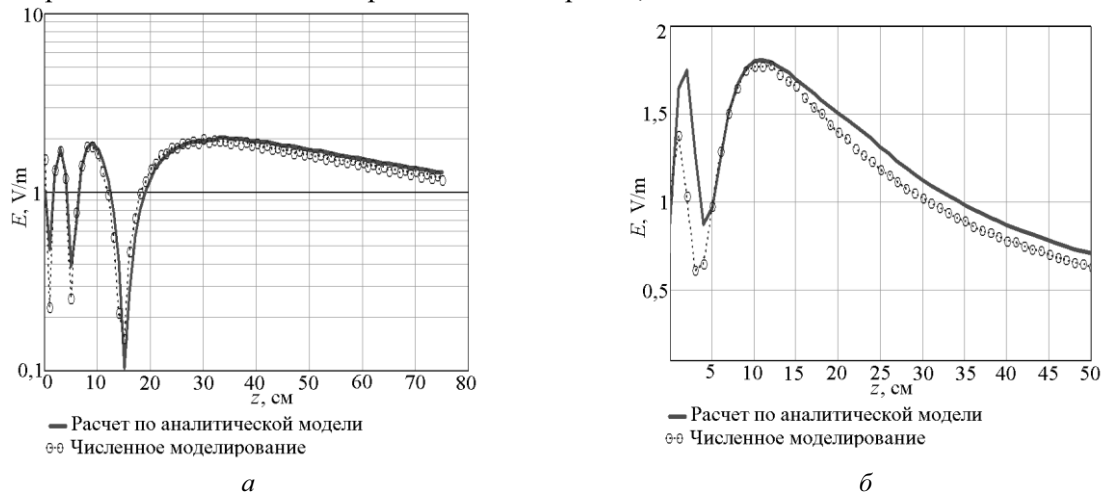


Рис. 2. Сравнение результатов численного моделирования с результатами расчета в рамках модели: а – $R = 10$ см, $\theta_0 = 0^\circ$, $E_0 = 1$ В/м, $\lambda = 3$ см; б – $a = b = 10$ см, $\theta_0 = 0^\circ$, $E_0 = 1$ В/м, $\lambda = 3$ см

Расчет амплитуды магнитного поля проводится по формуле (8) для круглой апертуры и формуле (10) для прямоугольной апертуры соответственно при подстановке в них амплитуды падающей волны H_0 .

Поле в дальней области

Круглая апертура. Инвариантное относительно поворота плоскости поляризации решение, основанное на дипольно-волновой теории, представлено в работе [4]. Амплитуда волны на теневой стороне апертуры в данном случае определяется интегралом I_C :

$$I_C(\phi, \theta) = \int_{S_1} e^{-jk\rho'(\sin\theta_0 \cos\phi' + \sin\theta \cos(\phi - \phi'))} E_{in}\rho' d\rho' d\phi, \quad (11)$$

где в качестве значения поля в раскрыве апертуры подставляется невозмущенное значение амплитуды падающей волны ($E_{in} = E_0$) и ρ', ϕ' – полярные координаты, выбранные на плоскости.

Результат расчетов, выполненных в соответствии с формулой (11), приводит к следующим выражениям для амплитуды электрического поля:

$$E_{CF} \equiv |E_C(\theta, \varphi, r)| = |E_{C,LF}(\theta, r) \cdot J_{1C}[\chi(\varphi, \theta)]|,$$

$$E_{C,LF}(\theta, r) = \frac{\pi \cdot (k \cdot R)^2 \cdot E_0}{k \cdot r} \cdot (\cos\theta_0 + \cos\theta), \quad J_{1C}(x) \equiv 2 \cdot J_1(x) / x, \quad (12)$$

$$\chi(\varphi, \theta) = k \cdot R \cdot \sqrt{[\sin\theta_0 - \sin\theta \cdot \cos(\varphi - \varphi_0)]^2 + [\sin\theta \cdot \sin(\varphi - \varphi_0)]^2}.$$

При построении пессимистической модели в качестве решения для высокочастотного диапазона в дальней области следует выбирать решение, определенное формулами (12).

Сглаживание угловой зависимости поля в дальней области может быть реализовано путем следующей пессимистической аппроксимации решения (12):

$$J_{1C}(x) \approx J_{1C}^*(x) \equiv \begin{cases} 1, & |x| < 1,4447; \\ \sqrt{\frac{8}{\pi} [1 + (0,62/x)^2]} \cdot |x|^{-3/2}, & |x| \geq 1,4447. \end{cases} \quad (13)$$

Сглаженная амплитуда функции E_{CF} в формуле (12) с учетом замены (13) записывается в виде:

$$E_{CFenv} = |E_{C,LF}(\theta, r) J_{1C}^*[\chi(\varphi, \theta)]|. \quad (14)$$

Пессимистическая модель излучения круглой апертуры принимает вид:

$$E_{CW} = \min(E_{\max}, E_{CFenv}), \quad (15)$$

где E_{CFenv} вычисляется по формуле (14), E_{\max} – ограничение, накладываемое на возможно допустимое значение модуля напряженности электрического поля. Величина ограничения соответствует максимально возможной амплитуде, соответствующей вкладу первой зоны Френеля. Такой подход позволяет устранить изрезанность решения в ближней и промежуточной областях, определяемую выражением (8).

Сравнение результатов модели, основанной на формуле (12), пессимистической модели (15) и численного моделирования представлено на рис. 3. Параметры задачи: круглая апертура, $R = 5$ см, $\lambda = 3$ см, $\theta_0 = 30^\circ$, ТМ-волна, плоскость падения XOZ . Точки наблюдения расположены на прямой, параллельной оси x и проходящей через точку (20, 20, 3) см.

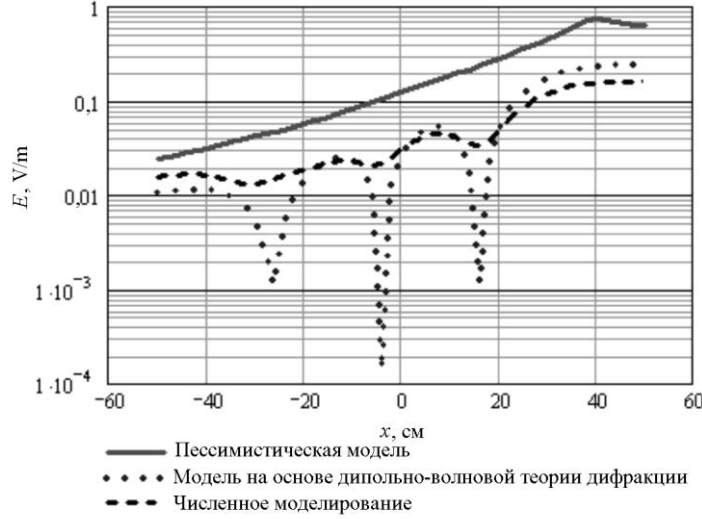


Рис. 3. Зависимость амплитуды поля от координаты x : высокочастотная модель для дальней области (пунктирная линия), пессимистическая модель для высокочастотного диапазона (15) (сплошная линия), численное моделирование (штрихованная линия)

Прямоугольная апертура. Для прямоугольной апертуры амплитуда полей дифракции определяется подстановкой невозмущенного значения амплитуды поля падающей волны в интеграл [4]:

$$I_R(\phi, \theta) = \int_{S_1} e^{-jkx'(\sin\theta_0 - \sin\theta \cos\phi)} e^{-jky'(\sin\theta \sin\phi)} E_{in}(x', y') dx' dy', \quad (16)$$

где x', y' – декартовы координаты, введенные в плоскости апертуры.

В результате модуль вектора напряженности в дальней области для прямоугольной апертуры определяется на основании формул:

$$E_{RF} \equiv |E_R(\theta, \phi, r)| = |E_{R,LF}(\theta, r) \cdot \text{sinc}[\chi_x(\phi, \theta)] \cdot \text{sinc}[\chi_y(\phi, \theta)]|,$$

$$E_{R,LF}(\theta, r) = \frac{E_0 \cdot a_{x0} \cdot b_{y0}}{2 \cdot r_0} \cdot (\cos\theta_0 + \cos\theta),$$

$$\chi_x(\phi, \theta) = \pi \cdot a_{x0} \cdot (\sin\theta \cdot \cos\phi - \sin\theta_0 \cdot \cos\phi_0), \quad (17)$$

$$\chi_y(\phi, \theta) = \pi \cdot b_{y0} \cdot (\sin\theta \cdot \sin\phi - \sin\theta_0 \cdot \sin\phi_0),$$

$$\text{sinc}(x) \equiv \sin(x)/x, \quad a_{x0} = a/\lambda, \quad b_{y0} = b/\lambda, \quad r_0 = r/\lambda.$$

Лепестковая структура угловой зависимости поля в дальней зоне определяется функцией $\text{sinc}(x)$ в (17), которая допускает пессимистическую аппроксимацию:

$$\text{sinc}(x) \approx \text{sinc}^*(x) \equiv \begin{cases} 1, & |x| \leq 1; \\ 1/|x|, & |x| > 1. \end{cases} \quad (18)$$

Пессимистическая модель излучения прямоугольной апертуры для высокочастотного диапазона принимает вид:

$$E_{RW} = \min(E_{\max}, E_{RF\text{env}}), \quad (19)$$

где $E_{RF\text{env}}$ вычисляется по формуле (18) с использованием аппроксимации (19):

$$E_{RF\text{env}} \equiv |E_R(\theta, \phi, r)| = |E_{R,LF}(\theta, r) \cdot \text{sinc}^*[\chi_x(\phi, \theta)] \cdot \text{sinc}^*[\chi_y(\phi, \theta)]|. \quad (20)$$

Построение пессимистической модели для амплитуды магнитного поля в высокочастотном диапазоне осуществляется аналогично построению для электрического поля

на основании формул (15) для круглой апертуры и (20) для прямоугольной апертуры с учетом связи амплитуд полей, задаваемых формулами (1) и (2).

Заключение

Разработанная модель может применяться для проведения расчетов ЭМС в локальных группировках радиоэлектронной аппаратуры [9, 10].

Преимуществами модели являются: высокая вычислительная эффективность, устойчивость к погрешностям исходных данных: координатам точки наблюдения, частоте и поляризации падающего излучения. Ограничения модели следующие: падающая волна является плоской, экран тонкий и идеально проводящий. Модель справедлива для одиночной апертуры. Возможные обобщения и дальнейшее развитие модели связаны с учетом толщины и введением конечной проводимости материала экрана, заполнением апертуры диэлектриком, рассмотрением интерференционных эффектов от нескольких апертур.

THE MODEL OF HIGH-FREQUENCY ELECTROMAGNETIC WAVE DIFFRACTION BY APERTURE IN CONDUCTING SCREEN

D.A. TSYANENKA, E.V. SINKEVICH, S.V. MALY, Y.Y. ARLOU

Abstract

The computationally-effective worst-case model of high-frequency electromagnetic wave diffraction by circular or rectangular apertures in a conducting screen is proposed. The model is based on the worst-case generalization of analytical solutions of diffraction problem. These solutions were obtained in the frame of approach based on the theory of Hertzian vector. In order to develop the worst-case model, the envelope of the field maxima is found. The results obtained by the model correspond to the results of numerical simulation. Proposed model can be used for calculations of EMC due to high computational efficiency and worst-case character.

Список литературы

1. *Джексон Дж.* Классическая электродинамика. М., 1965.
2. *Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К.* Теория дифракции. М., 1964.
3. *Garcia-Vidal F.J., Moreno E, Porto J.A. et al.* // Physical review letters. Transmission of light through a single rectangular hole. 2005. Vol. 95, № 10.
4. *Nesterov A.V., Niziev V.G.* // Physical Review. Vector solution of the diffraction task using the Hertz vector. 2005. Vol. 71, № 4.
5. *Boaton R.* Computational methods for electromagnetics and microwaves. New York, 1992.
6. *Никольский В.В.* Декомпозиционный подход к задачам электродинамики. М., 1983.
7. *Уайт Д.Р.Ж.* Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств и непреднамеренные помехи. Вып. 1. Общие вопросы ЭМС. Межсистемные помехи. М., 1977.
8. *Савельев В.П.* Курс общей физики. Т.2. М., 1972.
9. *Baldwin T.E. Jr., Capraro G.T.* // IEEE Trans. EMC. 1980. Vol. 22, №. 4. P. 224–228.
10. EMC-Analyzer. Mathematical models and algorithms of electromagnetic compatibility analysis and prediction software complex. Minsk, 2013.